

QUESTÕES DO PISA ENVOLVENDO FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Sandra Maria Tieppo Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste smtieppo@gmail.com

Clélia Maria Ignatius Nogueira Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste Universidade Estadual do Paraná - Unespar voclelia@gmail.com

> Marli Schmitt Zanella Universidade Estadual de Maringá – UEM marlischmitt@gmail.com

Palavras-chave: PISA. Teoria dos Campos Conceituais. Estruturas Aditivas. Estruturas Multiplicativas. Função Afim.

Introdução

A partir de 1980 o Brasil começou a investir nas avaliações em larga escala, externas às escolas, destinadas a acompanhar o desempenho de alunos, condições de trabalho de professores e infraestrutura das escolas. Segundo Werle (2011), em 1988 foi realizado um

¹ A informação foi excluída para evitar identificação dos autores.

piloto do Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Público de 1º grau (Saep), nos estados do Paraná e Rio Grande do Norte, e no ano de 1990 foi aplicado seu 1º ciclo em todos os municípios brasileiros. Estas avaliações estavam a cargo do Ministério da Educação (MEC), no entanto, em 1992 passaram a ter a responsabilidade do Instituto Nacional de Pesquisas e Estudos Educacionais Anísio Teixeira (INEP), órgão vinculado ao MEC (WERLE, 2011).

Passados mais de 30 anos, em 2022, o país conta com diversas avaliações em larga escala, voltadas a aferir resultados relacionados ao Ensino Fundamental, Médio e Superior. No site do INEP, órgão que faz o gerenciamento destas avaliações, constam 11 avaliações², nacionais e internacionais, dentre elas está o *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes* (PISA).

O PISA é uma avaliação internacional realizada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que, no Brasil, conta com o apoio e gerenciamento do INEP. O programa visa mensurar o desempenho de estudantes em idade que se supõe o término do ensino formal obrigatório, na maioria dos países. É uma avaliação trienal, cuja primeira edição ocorreu em 2000 e a última em 2018, contando com a adesão de 79 paísesmembros da OCDE e países parceiros, como o Brasil, que participa desta avaliação desde sua primeira edição (BRASIL, 2020).

O programa avalia estudantes entre 15 e 16 anos de idade, de escolas públicas, privadas, profissionais e internacionais, que tenham ao menos seis anos de escolaridade formal. Os estudantes participantes são escolhidos por amostragem, de modo que todas as regiões demográficas e dependências administradas das escolas estejam representadas. O PISA avalia três domínios – Leitura, Matemática e Ciências, sendo que cada edição enfatiza um destes domínios, o que implica em número maior de questões desta área do conhecimento. O programa também avaliou domínios chamados inovadores, como Letramento Financeiro e Competência Global, em 2018. Juntamente com a avaliação destes domínios, o PISA produz dados socioeconômicos dos participantes, verificando a influência destes fatores nas notas obtidas na prova (BRASIL, 2020).

Os relatórios apresentados pela OCDE, e reproduzidos pelo INPE, descrevem de modo abrangente os resultados de estudantes brasileiros nesta avaliação. Os relatórios da avaliação mostram que estudantes brasileiros obtiveram 391 pontos de média de proficiência em Matemática em 2012, e 384 pontos em 2018, contra 498 pontos e 492 pontos, média de estudantes de países pertencentes a OCDE (BRASIL, 2020). Comparativamente, essas médias

²Informações disponíveis em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais. Acessado em: 12ago 2022.

nos colocam no mesmo patamar de países como a Argentina, e abaixo de Chile, Uruguai e Costa Rica, no âmbito da América do Sul.

Muitas pesquisas são publicadas analisando as avaliações externas desenvolvidas no país. Especificamente, em relação ao PISA, temos a pesquisa de Liao, Motta e Fernandes (2021) inferindo que a avaliação colabora com o ensino da Matemática, mas desconsidera elementos culturais específicos da população. Ortigão, Santos e Lima (2018), reaplicaram questões do PISA a um grupo de alunos evidenciando suas maiores dificuldades, como sendo a utilização de medidas de área, do triângulo retângulo e do teorema de Pitágoras.

As pesquisas desse grupo de estudos têm o aporte teórico da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, teoria que também sustenta esta pesquisa. Assim, intencionamos conduzir a análise das questões do PISA sob o viés da teoria mencionada.

Para Vergnaud (1996) um conceito vai muito além de sua definição, embora esta também seja importante. Um conceito é composto por outros elementos, como: um conjunto de situações que dão sentido a ele; as operações de pensamentos mobilizadas na condução da situação; e as diversas formas de representação usadas no desenvolver da situação. Estes elementos compõem uma estrutura denominada *Campo Conceitual* (VERGNAUD, 1982, 1996).

O estudo e classificação das situações que dão sentido a um conceito é indispensável ao cientista, segundo Vergnaud (1982, 1996). Nesta perspectiva, estabelecer este conjunto de situações permite extrapolar as situações do cotidiano, possibilitando ao aluno melhor compreensão do conceito, promovendo o ensino e a aprendizagem.

A TCC tem bem delimitado dois campos conceituais da área de Matemática, o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Afora

³ Trecho suprimido nesta versão, para não haver identificação dos autores. Será modificado, caso o artigo seja aceito para a apresentação no evento.

estes campos conceituais, o pesquisador estudou os problemas mistos, que são os problemas que relacionam, conjuntamente, os conceitos de adição e multiplicação. Para estes problemas ainda não está estabelecido um conjunto de situações que os esgote. Miranda (2019), elaborou uma classificação inicial para problemas mistos, que utilizam pelo menos uma operação de adição e pelo menos uma de multiplicação e que podem ser modelados por uma função afim, à qual recorremos na presente investigação.

Ante o exposto, esta pesquisa tem o objetivo de identificar e classificar as questões⁴ de Matemática em prova do PISA, que podem ser modeladas por funções afins, à luz da TCC. Para isso nos propomos a analisar as questões disponibilizadas pelo INEP da prova de 2012, última edição do PISA que priorizou a área de Matemática (BRASIL, 2020).

Dito de outra forma, esta pesquisa busca identificar questões que possam ser solucionadas mediante uso de operações de adição e de multiplicação, utilizadas isoladas ou conjuntamente; e, estabelecer uma tipologia para as situações que constituem as referidas questões, a partir das classes estabelecidas para os campos conceituais aditivos e multiplicativos (VERGNAUD, 2014; GITIRANA, CAMPOS, MAGINA e SPINILLO, 2014), e, no caso de problemas mistos, recorrendo a Miranda (2018), procurando modelizá-las por funções afins.

Essa análise permitiu ainda, identificar a complexidade presente nas questões desta avaliação, como, por exemplo, quando uma única questão compreende diversas operações e abrange distintas classes de situação, particularmente aquelas referentes aos problemas mistos já identificadas e classificadas por Miranda (2019). A possibilidade de identificar nesta avaliação problemas mistos, que podem ser associadas a função afim, está relacionada com a abrangência da avaliação, que alcança estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao 2º ano do Ensino Médio (BRASIL, 2020), que, provavelmente, já conhecem o conceito e propriedades da função afim.

Este texto está organizado em três seções, além desta introdução. Na sequência apresentamos os fundamentos da TCC, para embasar a identificação e análise das questões do PISA. Na continuidade, apresentamos o percurso metodológico seguido na investigação; a análise dos dados, resultados obtidos e tecemos nossas considerações.

⁴Deste ponto em diante, usaremos o termo "questão" ou "situação" para nos referirmos aos itens da prova do Pisa. O termo "item" é o preferido pelo Inep, mas se distancia da teoria assumida neste texto.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: PRINCIPAIS FUNDAMENTOS

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida por Gérard Vergnaud, com o objetivo de fornecer elementos de base para compreender a aprendizagem de competências, particularmente, voltadas para a ciência. Esta teoria, não é exclusiva da Matemática, mas se desenvolveu pelo interesse inicial em elaborar e explicar um processo de conceituação das estruturas aditivas e multiplicativas (VERGNAUD, 1996).

Para o pesquisador, o conhecimento se organiza em estruturas denominadas campos conceituais, que é composto por situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamentos interligados e entrelaçados (VERGNAUD, 1982). Para ele, o domínio de um campo conceitual, por parte do sujeito, acontece durante longo tempo, por meio do contato com novas situações que o desafiam. É a partir do desafio de novas situações, que o estudante tem a oportunidade de enfrentar suas possíveis dificuldades e com isso progredir no processo de aprendizagem.

Nessa teoria, uma situação é qualquer problema ao qual o sujeito está exposto, seja ela no trabalho, no cotidiano, na vida escolar ou fora dela. Neste texto, o foco são as situações contextualizadas com a realidade próxima dos estudantes, propostas no sentido de possibilitar a aprendizagem de determinado conceito. Para Vergnaud (1996) para atuar em uma situação, mesmo que muito simples, são necessários vários conceitos.

Por sua vez, o conceito é definido por meio de uma terna de conjuntos, representada por C = (S, I, L), em que C: é o conceito; S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito C; I é o conjunto de operações de pensamento – invariantes operatórios - mobilizadas pelo indivíduo enquanto atua na situação sendo composto pelos conceitos em ação e teoremas em ação; e L é o conjunto das representações linguísticas, verbais, gestuais, dentre outras, utilizadas pelo sujeito enquanto soluciona a situação (VERGNAUD, 2009).

Vergnaud (1993, 1996) compreende que as situações são fundamentais para a construção de um conceito, colocando-as como sua porta de entrada, por isso defende a importância de pesquisadores se dedicarem a tarefa de identificar e classificar situações.

O pesquisador mapeou e divulgou dois campos conceituais da área de Matemática, denominados *campo conceitual das estruturas aditivas* e *campo conceitual das estruturas multiplicativas*. As situações de estrutura aditiva requerem o uso de uma ou mais operações de adição ou subtração em sua resolução; e as situações de estrutura multiplicativa demandam o uso de uma ou mais operações de multiplicação ou divisão em sua resolução. Para cada

estrutura, tem-se bem estabelecidas as classes de situações que possibilitam a compreensão do conceito.

As classes do campo conceitual das estruturas aditivas são: composição de medidas; transformação de medidas; comparação aditiva; composição de transformações; transformação de relações; e composição de relações (VERGNAUD, 1983, 1996, 2014). E as classes do campo conceitual das estruturas multiplicativas: proporção simples, com subclasses: multiplicação um para muitos, cota, partição e quarta proporcional; comparação multiplicativa; produto de medidas ou produto cartesiano; função bilinear ou proporção dupla; e, proporção múltipla (VERGNAUD, 2014; GITIRANA *et al.*, 2014).

Além das situações aditivas e multiplicativas, a TCC caracteriza os *problemas* aritméticos complexos, nos quais as situações envolvem mais do que uma operação de adição (subtração) e/ou multiplicação (divisão), denominados *problemas mistos*. Os problemas que envolvem apenas operações de aditivas recebem o nome de *aditivos puro*, os problemas que envolvem apenas operações de multiplicação são denominados *multiplicativos puro* (VERGNAUD, 2014). O pesquisador afirma que os problemas complexos são de difícil classificação, pois podem envolver grande número de operações, mas se limitarmos o número de operações a classificação pode ser factível.

Miranda (2019) relacionou situações de função afim com problemas mistos que utilizam duas operações - uma adição e uma multiplicação – em razão da expressão algébrica da função, que podem ser modeladas por y = ax + b, com a e b constantes reais. A partir disso, classificou situações, representáveis por uma função afim, associando as classes dos campos conceituais aditivos e multiplicativos, obtendo 30 possíveis classes. A autora pesquisou situações mistas em quatro livros didáticos de Matemática – dois destinados ao 9° ano do Ensino Fundamental e dois do 1° ano do Ensino Médio, selecionados pelo Programa Nacional do Livro Didáticos nos anos de 2017 e 2018. Portanto, resultados obtidos a partir destas obras podem ser considerados representativos da forma como tais conceitos são ensinados no Brasil, visto que o livro didático é um material de fácil acesso a todos alunos e professores.

Esta pesquisa identificou e classificou 89 situações identificadas mistas, modeladas como função afim, pertencentes a nove classes distintas, sendo as mais frequentes: *proporção simples e composição de medidas* (32) e *proporção simples* (31). A próxima seção contém o percurso metodológico seguido e método para a análise dos dados.

PERCURSO METODOLÓGICO E ANÁLISE DOS DADOS

Para a execução desta pesquisa, que tem como objetivo identificar e classificar as questões de Matemática em prova do PISA, que podem ser modeladas por funções afins, à luz da TCC, utilizamos os itens da prova de Matemática do PISA, do ano de 2012, disponível para o público geral no site do INEP com o título "Itens Liberados de Matemática". Como já mencionado, a edição de 2012 do PISA foi a última que priorizou a área de Matemática (BRASIL, 2013).

A prova disponibilizada contém 23 enunciados, contextualizados, nos quais são descritos dados na forma de texto, gráficos ou tabelas. Após estes enunciados, são apresentadas as questões (ou itens, como o INEP denomina) para serem resolvidas pelos estudantes. Esta versão da prova conta com 56 questões.

Dentre estas, identificamos 30 questões resolvíveis por meio de operações aditivas, multiplicativas ou a combinação entre elas. Os demais itens (26) demandavam outros conceitos e resultados, como teorema de Pitágoras, cálculo de área do círculo, função exponencial, estimação e aproximação de valores, leitura e interpretação de dados e outros. Desta forma, estes itens não foram considerados nas análises efetuadas.

Com isso, o *corpus* desta pesquisa ficou delimitado às 30 questões solucionáveis por meio de operações de adição e multiplicação. Estas questões foram resolvidas e analisadas, observando quantas e quais operações são necessárias neste processo. A partir destas informações, cada questão foi classificada segundo as classes das estruturas aditivas, estruturas multiplicativas e de problemas mistos (VERGNAUD, 2014; GITIRANA *et al.*, 2014; MIRANDA, 2019).

Buscamos fazer uma aproximação das questões mistas identificadas com a função afim, na forma algébrica y = ax + b, com a e b constantes reais. O propósito foi expressar os dados dos enunciados da prova do PISA, na forma y = ax + b, mesmo quando estes dados são referentes a números inteiros. A partir desta modelação, foi feito um cotejamento com os resultados de Miranda (2019), com o intuito de identificar as aproximações entre o exigido na prova do PISA e o que aparece em livros didáticos adotados no Brasil.

A busca por compreender como as classes de situações são apresentadas na prova do PISA, nos conduziu à análise dos conceitos apresentados nas questões da avaliação. Na próxima seção discutimos esses resultados.

ANÁLISE E CLASSIFICAÇÃO DAS QUESTÕES

A resolução e análise das 30 questões da prova do PISA de Matemática que formam o corpus desta pesquisa, mostram que mais da metade dos itens avaliados podem ser resolvidos apenas com o conhecimento das operações de adição e multiplicação, juntas ou separadas. Desta forma, constatamos que: 1 questão se resolve usando apenas operação de adição, sendo um problema aditivo puro; 12 questões são resolvidas utilizando somente a operação de multiplicação, ou seja, são problemas multiplicativos puros; e 17 exigem, para sua resolução, as operações de adição e multiplicação simultâneas, se caracterizando como problemas mistos.

Para ilustrar a análise e classificação das questões da prova do PISA, apresentamos um exemplo (Figura 1), escolhido por utilizar quatro operações para determinar sua solução.

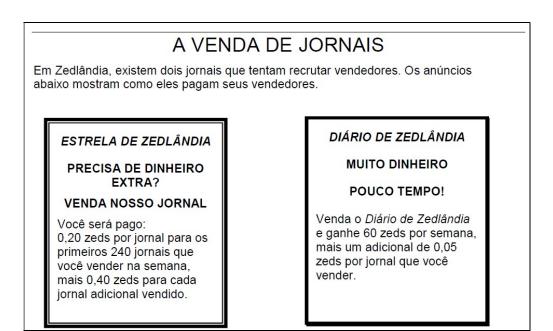


Figura 1 – Exemplo de enunciado de questões da prova do PISA (2012) Fonte: Brasil (2013)

A primeira questão deste item apresenta o seguinte enunciado:

Questão 1: Em média, Frederico vende 350 cópias do Estrela de Zedlândia toda semana. Quanto ele ganha por semana, em média?

Considerando os dados do enunciado, podemos afirmar que esta é uma questão mista, cuja solução envolve operações aditivas e multiplicativas, e por isso é possível descrevê-la na forma s = an + b, em que s é o salário médio semanal de Frederico, n é a quantidade de jornais vendidos, que supera as 240 unidades, a é o valor pago pela venda de cada um dos n

jornais (a = 0,40 zeds), e b é um valor fixo que corresponde à venda das primeiras 240 cópias semanais.

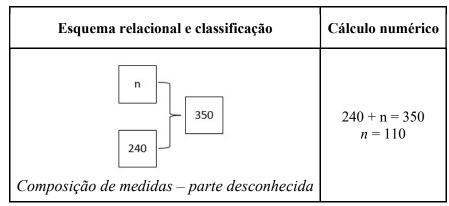
Inicialmente, vamos obter o valor fixo b, correspondente à venda de 240 cópias de jornais, pelas quais o vendedor recebe 0,20 zeds cada venda. Por meio de uma operação multiplicativa da classe *proporção simples*, temos que b = 48 (Quadro 1).

Esquema relacional e classificação	Cálculo numérico
1 0,20 240 b Proporção simples – multiplicação um para muitos	$b = 0.20 \times 240$ b = 48

Quadro 1 – Esquema relacional da classe proporção simples Fonte: A pesquisa

Além deste valor, o anúncio informa que cada cópia adicional vendida, acresce 0,40 zeds ao salário do vendedor. Desta forma podemos expressar o salário médio semanal (s), fazendo uso da expressão algébrica s = 0,40 n + 48.

No entanto, sabe-se que foram vendidas 350 cópias na semana, o que possibilita obter a quantidade adicional (n = 110), como evidenciado no Quadro 2. A operação realizada pertence ao campo conceitual das estruturas aditivas, e é classificada como *Composição de medidas – parte desconhecida*.



Quadro 2 – Esquema relacional da classe composição de medidas Fonte: A pesquisa

Em seguida, vamos determinar o valor recebido (c), correspondente a venda das n cópias, sabendo que cada uma delas acresce 0,40 zeds ao salário do vendedor. Para isso, usamos uma operação de multiplicação da classe proporção simples, e obtemos c = 44, representado no esquema relacional do Quadro 3.

Esquema relacional e classificação	Cálculo numérico
1 0,40 110 c Proporção simples – multiplicação um para muitos	$c = 0.40 \times 110$ c = 44

Quadro 3 – Esquema relacional da classe proporção simples Fonte: A pesquisa

Logo depois, podemos determinar o ganho médio semanal (s), composto pelo valor fixo (b = 48 zeds) e valor adicional (c = 44 zeds). Para isso, foi utilizado uma operação aditiva da classe *composição de medidas*, apresentada no Quadro 4. Concluímos que o salário médio semanal de Frederico foi de s = 92 zeds.

Esquema relacional e classificação	Cálculo numérico
Composição de medidas – todo desconhecido	s = 48 + 44 $s = 92$

Quadro 4 – Esquema relacional da classe composição de medidas Fonte: A pesquisa

Em razão das estruturas necessárias à resolução desta situação, classificamos esta questão como *dupla proporção simples e dupla composição de medidas*. Ressaltamos que os processos utilizados para solução, em cada etapa, podem ser modelados por meio de expressões algébricas que se aproximam de uma função afim.

No Quadro 5, mostramos estes resultados, elencando as operações necessárias para a resolução das situações, bem como a classificação atribuída a elas, embasadas nos pressupostos teóricos advindos da estrutura aditiva e multiplicativa (VERGNAUD, 1996; GITIRANA *et al.*, 2014), e nos problemas mistos (MIRANDA, 2019).

Número			
de	Estrutura	Classificação	
Questões			
1	Aditiva	Composição de Medidas	
2	Multiplicativa	Comparação Multiplicativa	
3	Multiplicativa	Proporção Simples – Cota	
2	Multiplicativa	Proporção Simples – Partição	
4	Multiplicativa	Proporção Simples – Quarta Proporcional	
2	Multiplicativa	Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Cota	
1	Multiplicativa	Dupla Comparação Multiplicativa	
1	Multiplicativa	Dupla Proporção Simples – Partição	
1	Multiplicativa	Proporção Múltipla	
1	Multiplicativa	Proporção Simples – Multiplicação um para muitos, Comparação	
		Multiplicativa e Cota	
2	Mista	Comparação Multiplicativa e Composição de Medidas	
1	Mista	Dupla Comparação Multiplicativa e Composição de Medidas	
1	Mista	Tripla Comparação Multiplicativa e Composição de Medidas	
1	Mista	Produto Cartesiano – área e Composição de Medidas	
1	Mista	Dupla Proporção Simples – Cota, Composição e Transformação de	
		Medidas	
1	Mista	Dupla Proporção Simples – Cota e Multiplicação um para muitos; e	
		Transformação de Medidas	
1	Mista	Proporção Simples – Partição e Transformação de Medidas	
1	Mista	Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Tripla	
		Composição de Medidas	
1	Mista	Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Composição	
		de Medidas	
1	Mista	Dupla Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e	
		Composição de Medidas	
1	Mista	Dupla Proporção Simples – Multiplicação um para muitos,	
		Transformação e Composição de Medidas	

Quadro 5 – Classificação dos itens públicos de Matemática do PISA 2012 Fonte: Dados da pesquisa

O conjunto de dados analisados contém 12 questões que são resolvidas com apenas uma operação, as demais exigem duas, três, quatro ou seis operações, o que pode causar dificuldades aos estudantes em resolvê-las. Além disso, a miscelânea de operações torna mais difícil sua classificação, o que demanda um estudo mais aprofundado para estabelecer uma classificação para os problemas mistos destas provas.

Em relação as classes, as questões apresentam grande diversidade e variabilidade (Quadro 5), de modo que 30 questões analisadas são classificadas de 21 maneiras distintas.

No entanto, ao observarmos as situações de estruturas multiplicativas, esta variabilidade não se faz presente. Dentre as 17 questões dessa estrutura, 15 são da classe *proporção simples* e 2 da classe *comparação multiplicativa*.

Inferimos que as questões que envolvem a estrutura aditiva são das classes: composição de medidas (16 questões) e transformação de medidas (4). Ao passo que as classes de estruturas multiplicativas são: proporção simples (28), comparação multiplicativa (12), proporção múltipla (1) e área (1). Este resultado está de acordo com Miranda (2019) ao observar que a classe de proporção simples predomina nos problemas puramente multiplicativos em livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio. Outro ponto a citar é ausência, nos dados, de 4 classes aditivas e 1 classe multiplicativa.

Em relação aos problemas mistos, constatamos a prevalência das questões solucionadas por meio de comparações multiplicativas e composição de medidas (7), seguida da proporção simples e composição de medidas (5), contrastando com a pesquisa de Miranda (2019), na qual prevalecem as questões classificadas como proporção simples e composição de medidas, o que pode levantar conjecturas a respeito do desempenho dos estudantes brasileiros.

CONSIDERAÇÕES

Nesta pesquisa tivemos o objetivo de analisar e classificar as questões de Matemática da prova do PISA. Para este fim, analisamos a avaliação aplicada no ano de 2012, cujo foco foi a área de Matemática.

A pesquisa evidenciou que mais de 50% dos itens da prova podem ser resolvidos apenas com o conhecimento de duas operações elementares, adição e multiplicação, embora as situações requeiram mais do que uma operação para ser resolvida. Outros elementos podem tornar as situações mais difíceis, como a interpretação de texto, conversão de medidas e cálculos adicionais para se obter o resultado solicitado.

As questões apresentam grande variação na classificação, no entanto não abrangem todas as classes dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, respectivamente, tampouco de problemas mistos. Estes resultados evidenciam ainda,

diferenças entre as situações de função afim constantes nos livros didáticos (MIRANDA, 2019) e exigidos nesta avaliação externa.

No corpus analisado, os problemas mistos correspondem à maioria das questões analisadas (17 de 30), envolvendo duas, três, quatro ou seis operações em sua resolução, o que indica a necessidade de ampliar as pesquisas direcionadas a classificar situações mistas, relacionadas à função afim, com vistas a estabelecer a tipologia das situações que podem ser modeladas por uma função afim, de maneira a fornecer subsídios para a ação docente com este objeto matemático.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório Nacional PISA 2012**. Brasília: Inep, 2013.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasil no PISA 2018 [recurso eletrônico]. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. Repensando Multiplicação e Divisão. Contribuição da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

LIAO, T., MOTTA, M. S., FERNANDES, C. O. Avaliando o "PISA" de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática** - REVEMAT, Florianópolis, v. 16, p. 01-20, jan./dez., 2021.

MIRANDA, C. A. Situações que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais. 2019. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

ORTIGÃO, M. I. R., SANTOS, M. J. C., LIMA, R. L. Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes? **Zetetiké**, Campinas, SP, v.26, n.2, p.375-389, mai./ago. 2018.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. New Jersey: Lawrence Erbaun, p. 39-59, 1982.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: R. LESH & M. LANDAU (Eds.), **Acquisition** of math concepts and processes. London: Academic Press, p. 127 – 174, 1983.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, G. O que é aprender. *In*: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: CRV, p. 13–26, 2009.

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR, 2014.

WERLE, F. O. C. Políticas de avaliação em larga escala na educação básica: do controle de resultados à intervenção nos processos de operacionalização do ensino. **Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação**, v. 19, p. 769-792, 2011.