



Encontro Paranaense de Educação Matemática
Curitiba, 26 a 28 de setembro de 2024.

A MATEMÁTICA DA CATAPULTA E O USO DE TECNOLOGIA DIGITAL

Flavio Lima de Souza
Instituto Federal do Paraná (IFPR), Pitanga - Paraná
flavio.lima@ifpr.edu.br

Robson Aparecido Ramos Rocha
Universidade Estadual de Londrina (UEL)
robson.aparecido@uel.br

Rosângela Maria Kowalek
Universidade Estadual de Londrina (UEL)
rosangelakowalek1@gmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina (UEL)
lourdes@uel.br

Resumo

Catapultas, máquinas ancestrais projetadas para lançar objetos a longas distâncias, têm sido parte integrante da história humana desde tempos remotos, impulsionando a necessidade de aprimoramento de conceitos matemáticos e físicos ao longo dos séculos. Neste artigo, investigamos como a *matemática da catapulta* é mediada pelo uso de tecnologia digital, especificamente os *softwares Tracker* e *GeoGebra*. Como contexto de investigação, foi desenvolvido um minicurso no qual os dados foram coletados por meio de imagens e materiais produzidos pelos estudantes durante o desenvolvimento de uma atividade. Uma análise qualitativa interpretativa revela que o *Tracker* viabilizou a videoanálise do movimento do projétil lançado pela catapulta possibilitando a obtenção de dados como a altura máxima em cada lançamento. Já o *software GeoGebra* desempenhou o papel de ferramenta colaborativa relevante no desenvolvimento das resoluções de ambos os grupos. Destacamos a relevância da tecnologia digital no desenvolvimento matemático, especialmente ao possibilitar a compreensão do fenômeno em investigação e fomentar a colaboração entre os estudantes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Experimentação. Função Quadrática.

Introdução

Entre os objetos construídos a partir da necessidade e da criatividade dos povos desde a antiguidade e da Idade Média está a catapulta. Ela se destaca como uma das invenções concebidas ao longo da história, sendo sua eficiência avaliada e complementada no decorrer do tempo. A habilidade em lançar objetos foi aprimorada, evoluindo tanto em termos de materiais quanto de aplicações, assim, características e especificidades foram adicionadas para aumentar sua eficiência e atender aos interesses relativos à sua utilização.

Tendo o objetivo de atingir um alvo faz-se necessário que as catapultas sejam precisas, isto é, que o lançamento seja certo. Assim, para garantir essa precisão alguns conceitos matemáticos e físicos podem ser evidenciados como essenciais para o bom funcionamento de uma catapulta como,

por exemplo, dimensões, resistência do material, peso do objeto a ser lançado, angulação da haste de lançamento, distância, entre outros.

Nesse contexto, alguns conceitos matemáticos são fundamentais na utilização das catapultas, mais especificamente para o lançamento do projétil, considerando o alvo a ser atingido, a barreira a ser ultrapassada e a distância do lançamento. Assim, esses aspectos podem ser planejados e determinados por meio de cálculos matemáticos que envolvem conteúdos e conceitos que permitem descrever o movimento e a situação em que a catapulta está sendo utilizada. Nesse viés, nomeamos a matemática envolvida na utilização de catapultas como *a matemática da catapulta*.

O termo *a matemática da catapulta* é utilizado para se referir aos conceitos e conteúdos matemáticos que podem ser explorados por meio da utilização de catapultas, ou seja, um problema no contexto da catapulta a ser solucionado por meio da Matemática. No contexto de sala aula a utilização de catapultas para o ensino de matemática é presente em disciplinas de cursos técnicos e no ensino regular (Almeida *et al.*, 2014; Ninow; Kaiber, 2016; Moura *et al.*, 2020; Santos; Battisti, 2021) em que aspectos matemáticos, conceitos físicos e tecnológicos são discutidos para garantir uma precisão no lançamento de objetos.

Ghisleni e Battisti (2017) apresentam uma investigação cujo foco é desenvolver protótipos de catapultas que permitam uma investigação sobre o comportamento e lançamento de objetos. Em um estudo semelhante, Almeida *et al.* (2014) argumentam que a construção das catapultas e a investigação do lançamento de objetos oportunizou aos estudantes a visualização de comportamentos dos fenômenos que remetem a conceitos matemáticos que até então eram abordados de modo abstrato. Ainda nas pesquisas sobre o assunto, é percebida a utilização de tecnologias digitais como ferramentas que auxiliam a observação da utilização das catapultas.

Sobre a utilização de tecnologias digitais no contexto educacional, muitos estudiosos ressaltam o valor de tais tecnologias como recursos para abordagens da matemática em sala de aula (Pais, 2010; Borba; Penteado, 2012; Souza *et al.*, 2019; Borssoi *et al.*, 2020). No âmbito do Ensino de matemática, conjectura-se a respeito da integração de estratégias e procedimentos que incluam tecnologias digitais, visando sua aplicação em sala de aula. Esse enfoque permitiria aos estudantes engajar-se em atividades exploratórias, fazer descobertas de maneira autônoma e construir seus próprios conceitos, tal como é proposto por pesquisadores como Borba e Penteado (2012), Borba *et al.* (2016), Borssoi *et al.* (2020) e Sinclair e Robutti (2020).

Diante do exposto, neste artigo temos o objetivo de investigar como a *matemática da catapulta* é mediada pelo uso da tecnologia digital. Para tanto, consideramos como cenário de investigação o desenvolvimento de um minicurso intitulado '*A matemática da catapulta*', que foi

conduzido pelos autores deste artigo, durante a realização de uma Semana da Matemática organizada pelo departamento de Matemática de uma Universidade Pública.

Sobre a Catapulta

A catapulta é uma antiga máquina de guerra projetada para arremessar pedras, dardos, entre outros objetos de diferentes tamanhos a grandes distâncias, normalmente utilizada nos cercos aos castelos e cidades muradas com o objetivo de danificar ou destruir grandes estruturas defensivas (Figura 1). Foi a principal máquina de guerra usada pelos povos antigos até a chegada de armas de fogo (Medeiros, 2014). Teve sua origem na Grécia antiga, entretanto o seu inventor permanece desconhecido.



Figura 1 – Papel das catapultas: arremessar objetos

Fonte: compilação dos autores¹

Em termos de funcionamento, a catapulta é composta de uma haste (espécie de braço) amarrada por uma corda. A corda é então esticada girando um sarilho (cilindro horizontal em que se enrolavam cordas) situado na base da máquina (Figura 2). Um objeto grande é colocado na ponta da haste e quando acionada, solta-se a corda fazendo com que a haste se mova rapidamente, lançando o objeto a uma grande distância (Medeiros, 2014). Segundo Almeida (2016), na física a catapulta é considerada uma alavanca, um objeto rígido que é usado com um ponto fixo (ponto de apoio) para multiplicar a força mecânica (potência) que pode ser aplicada a um outro objeto (resistência ou carga), como mostra a Figura 2.

As primeiras catapultas eram rudimentares, tanto em relação à sua construção quanto em relação ao estudo e conhecimento do comportamento do projétil. Com o passar do tempo os conceitos foram sendo aprimorados e passou-se a se construir catapultas com maior eficiência graças à cálculos sobre a trajetória do objeto. Segundo Onça (2007), o passo definitivo para transformar o uso das catapultas em uma ciência foi o desenvolvimento da balística – a arte por meio da qual os artilheiros

¹ Montagem a partir de imagens coletadas no site <https://stock.adobe.com/br/search?k=catapulta>. Acesso em 16/05/2024.

conseguiram, graças a cálculos matemáticos, direcionar com razoável precisão os projéteis que saíam de suas máquinas.

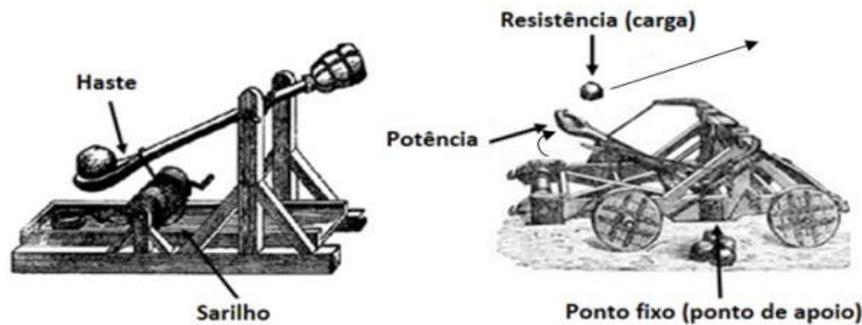


Figura 2 – Componentes da catapulta e aspectos físicos do lançamento
Fonte: compilação dos autores²

Ao longo do tempo, foram desenvolvidos diversos tipos de catapultas que são classificadas com base no conceito físico usado para armazenar e liberar a energia necessária para o lançamento. Os principais tipos de catapulta são a *Trebuchet* (catapulta de contrapeso), a Balista (catapulta de tensão) e a Mangonel (catapulta de torção) (Medeiros, 2014).

A *Trebuchet* é considerada a catapulta mais antiga e se diferencia dos outros tipos pois utiliza um contrapeso de grande massa, que é fundamental para a projeção do objeto ligado à extremidade oposta (Almeida, 2016). Em termos físicos, este tipo de catapulta guarda uma energia própria (potencial gravitacional) que se transforma em energia cinética no lançamento. Já a Balista utilizava a tensão de uma corda esticada para lançar objetos em grandes velocidades ao longo de uma trajetória plana. Foi considerada a catapulta mais precisa da era medieval, mas tinha a desvantagem de possuir alcance limitado.

A Mangonel é uma catapulta de torção, pois uma corda é enrolada através de um sarilho (como na Figura 2) puxando a haste da máquina, a liberação da corda faz com que a haste se movimenta rapidamente, projetando o objeto. Ela se difere da Balista, pois a trajetória do objeto forma uma curva (trajetória parabólica). Em termos físicos, tanto a Balista quanto a Mangonel criam energia potencial ao esticar a corda e a solta para liberar energia cinética.

As catapultas sofreram diversas transformações ao longo da história, a sua construção no decorrer do tempo foi diversificada tanto pelo uso de materiais como pelas finalidades de seu uso, assim, suas características e especificidades foram agregando mais eficiência atendendo aos

² Montagem a partir de imagens coletadas nos sites: https://www.ifmg.edu.br/ipatinga/noticias/I_competicao_de_catapultas_ifmg_ipatinga e <https://www.gettyimages.com.br/fotos/catapulta-de-avi%C3%B5es>. Acesso em 16/05/2024.

interesses de quem as constrói. Diante dessa fascinante máquina, a intenção do minicurso, investigado neste artigo, foi de estudar aspectos matemáticos da construção de catapultas e que são particularmente interessantes e curiosos para que os lançamentos realizados atendam aos interesses pretendidos.

Cenário de investigação

Os dados que subsidiam as discussões deste artigo decorrem da realização de um minicurso intitulado ‘*A matemática da catapulta*’, ministrado pelos autores durante uma Semana da Matemática organizada pelo departamento de Matemática de uma Universidade Pública. O minicurso ocorreu em março de 2024, com a participação de um total de dezoito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, com duração de quatro horas, sendo realizado em dois dias.

No primeiro dia, foram abordados elementos históricos relativos ao uso e os diferentes tipos de catapultas, seguido pela construção das catapultas com materiais recicláveis, na intenção de utilizar as mesmas para coletar dados que possibilitasse a resolução do problema: *A que distância (máxima) de um obstáculo a catapulta pode ser colocada para que o objeto arremessado consiga ultrapassar essa barreira?*

Para coletar os dados, os estudantes, organizados em grupos, construíram um protótipo da catapulta do tipo Mangonel e realizaram experimentos que permitiram observar o lançamento de projéteis (bolas de gude) de um lado a outro de uma barreira de isopor medindo trinta centímetros de altura, conforme indica a Figura 3. Os lançamentos foram feitos com diferentes distâncias entre a catapulta e a barreira (0,25 m; 0,30 m; 0,35 m; 0,40 m; 0,45 m; 0,50 m) e foram filmados com o objetivo de responder o problema proposto.

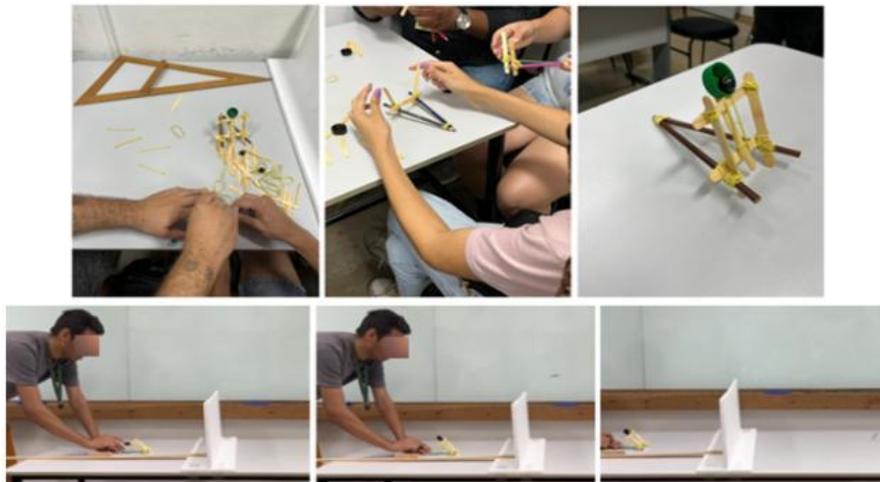


Figura 3 – Construção das catapultas e filmagem dos lançamentos do projétil à diferentes distâncias

Fonte: os autores

No segundo dia, os grupos trabalharam na resolução do problema, utilizando os *softwares Tracker*³ e *GeoGebra*⁴. A utilização desses *softwares* se deu na intenção de analisar o movimento dos projéteis a fim de observar seu comportamento para a resolução do problema.

Para o desenvolvimento deste artigo, utilizaremos os materiais produzidos pelos grupos que foram coletados, por meio de imagens⁵ e registros escritos. Desse modo, tendo em vista o objetivo de investigar como a *matemática da catapulta* é mediada pelo uso da tecnologia digital, conduzimos nossa investigação qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan; Biklen, 1994) sobre o material produzido por dois grupos, o qual denominamos Grupo 1 e Grupo 2.

Sobre o uso de tecnologias digitais como ferramenta na Matemática

A tecnologia digital, nas últimas décadas, progrediu para abranger aspectos pedagógicos do ensino e da aprendizagem da matemática, apresenta-se como uma ferramenta importante na resolução de problemas em matemática. Neste contexto, diversas pesquisas têm explorado o uso dos *softwares GeoGebra* e *Tracker* no ensino e na aprendizagem da matemática (Magarinus, 2013; Borsoi; Almeida, 2015; Lacerda, 2018; Araki, 2020). Estudos mostram que o *GeoGebra* facilita a visualização de conceitos matemáticos complexos e promove um aprendizado mais interativo e envolvente. O *software GeoGebra* caracterizado como “uma ferramenta de apoio ao conhecimento matemático” (Lacerda, 2018, p. 30), proporciona aos professores e estudantes construções geométricas dinâmicas, tendo como uma de suas muitas funções representar de forma algébrica na *Janela de Álgebra*, elementos geométricos construídos na *Janela de Visualização*.

O *software Tracker video analysis and modeling tools* - trata-se de um aplicativo gratuito que possibilita a videoanálise e construção de modelos de fenômenos físicos - tem sido constantemente utilizado em pesquisas que abordam de algum modo da resolução de problemas matemáticos (Magarinus, 2013). Além disso, o *Tracker* é frequentemente utilizado para analisar o movimento e outros fenômenos físicos, ajudando a integrar a matemática com experimentos práticos, possibilitando a compreensão dos estudantes por meio de uma abordagem mais aplicada e visual. Contudo, é amplamente aceito que “a utilização da tecnologia por si só, não é suficiente para garantir a aprendizagem [...]” (Clark-Wilson *et al.*, 2020, p. 1227, tradução nossa).

³ *Software* livre de análise e modelagem de vídeo. Disponível em: <https://physlets.org/tracker/>. Acesso em maio de 2024.

⁴ *Software* livre de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em maio de 2024.

⁵ Para isso, foi solicitado a autorização dos estudantes.

Considerando a crescente discussão de um novo contexto educacional nos programas de formação de professores em que a aprendizagem deve ocorrer de modo dinâmico e interativo (Sancho, 2006), a dinamicidade possibilitada pelo uso de tecnologias digitais está sendo compreendida de diferentes modos. Isso proporciona, no ensino, a possibilidade de criação de diferentes cenários para sala de aula, e uma perspectiva de aprendizagem em que os estudantes são apoiados na experimentação e na investigação na resolução de problemas matemáticos (Borba; Penteadó, 2012). Sendo assim, à luz dessa evolução tecnológica e suas potencialidades para o ensino e para aprendizagem, é essencial que seu uso esteja incluso na formação do professor.

Roschelle *et al.* (2000, p. 76, tradução nossa), destaca que a tecnologia como ferramenta de aprendizagem “tem maior probabilidade de ocorrer quando integrada num movimento mais amplo de reforma educativa que inclua melhorias na formação de professores, no currículo, na avaliação dos estudantes e na capacidade de mudança da escola”. No contexto educacional, existem pesquisas que corroboram com essa ideia e que enfatizam o valor das tecnologias digitais como recursos para o ensino e para aprendizagem da matemática (Pais, 2010; Borba; Penteadó, 2012; Souza *et al.*, 2019; Borssoi *et al.*, 2020). Para os autores, a aprendizagem da matemática pode ocorrer quando as tecnologias digitais são utilizadas de forma planejada e com propósitos específicos, uma vez que a ferramenta pode muitas vezes ser acompanhada pelo seu próprio sistema matemático. Portanto, o desafio para os professores é levar em conta a matemática da ferramenta bem como a matemática que os estudantes devem aprender para capacitá-los a aproveitar o valor epistêmico da ferramenta como um instrumento de aprendizagem (Artigue, 2002).

Nesse sentido, as implementações de tecnologias digitais em sala de aula envolvem o domínio de comandos cujo sequenciamento pode não ser o mesmo que são utilizados em métodos manuais⁶ de resolução quando aplicados à mesma matemática. Essa situação acarreta implicações pedagógicas significativas do uso de determinadas ferramentas pois, em algumas situações, se torna necessário o emprego da tecnologia digital para avançar no desenvolvimento matemático (Galbraith; Fisher, 2021).

À medida que concluímos esta seção acerca das tecnologias digitais como ferramenta na matemática, torna-se cada vez mais evidente seu importante papel na Educação. Sendo assim, na próxima seção exploramos como as ferramentas digitais podem potencializar abordagens matemáticas por meio de uma experiência prática e interativa.

⁶ Entendemos métodos manuais como resoluções desenvolvidas sem o auxílio de tecnologias digitais.

Discutindo sobre o uso de tecnologias digitais na *matemática da catapulta*

A *matemática da catapulta* que foi investigada ao longo do minicurso está relacionada ao arremesso de projéteis utilizados para responder o problema proposto: *A que distância (máxima) de um obstáculo a catapulta pode ser colocada para que o projétil arremessado consiga ultrapassar essa barreira?* Assim, na intenção de investigar como a *matemática da catapulta* é mediada pelo uso da tecnologia digital, tecemos algumas considerações com base nas ações dos estudantes dos Grupos 1 e 2 durante o desenvolvimento do minicurso.

Os grupos construíram suas catapultas e coletaram os dados dos lançamentos utilizando as mesas com as barreiras de isopor. Foram considerados seis lançamentos com diferentes distâncias entre a catapulta e a barreira, os quais foram filmados com auxílio de *smartphones*. Para a visualização dos lançamentos, os grupos utilizaram o *software Tracker* a fim de analisar o comportamento do projétil, uma vez que o *software* oferece ferramentas dinâmicas de videoanálise que permitem marcar o objeto em movimento e estabelecer sua trajetória (Figura 4).

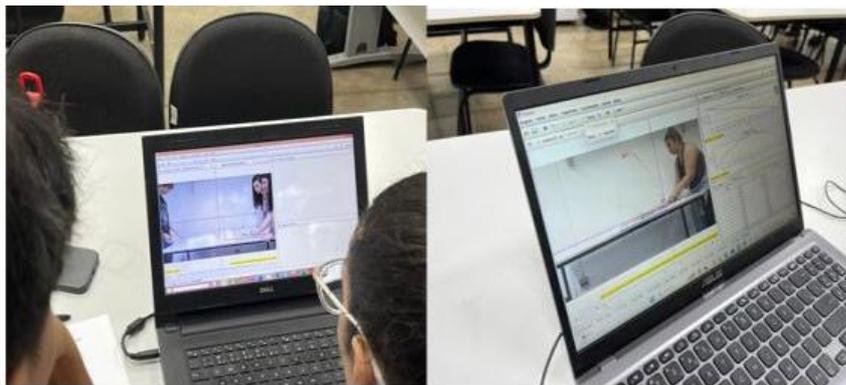


Figura 4 – Videoanálise do projétil no *software Tracker*
Fonte: os autores

Durante os lançamentos, os estudantes já haviam mencionado que o comportamento do projétil poderia ser descrito como uma função quadrática, no entanto, não conseguiram justificar essas inferências por meio das afirmações consistentes além das suas observações. Com a utilização da videoanálise possibilitada pelo *software*, os estudantes de ambos os grupos consideraram que a relação matemática que permitiria determinar a distância máxima estaria associada à função quadrática conforme observado na Figura 5. Através do *software* obteve-se informações consistentes que permitiram observar que o projétil teria esse comportamento (curva parabólica) e que poderiam utilizar essa informação para determinar a resposta para o problema.

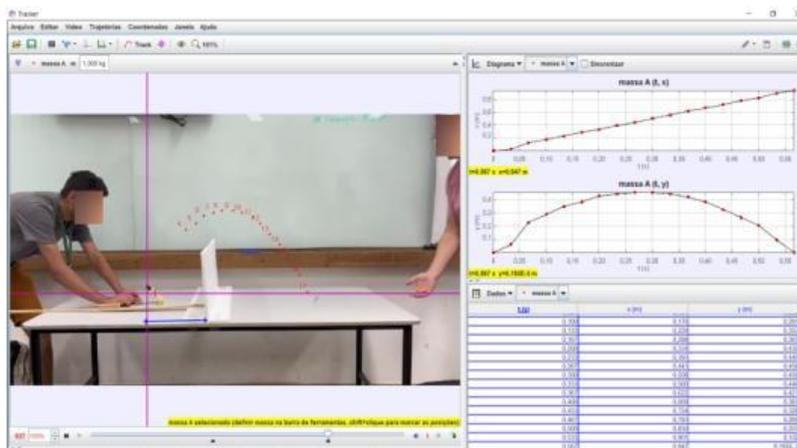


Figura 5 – Trajetória do projétil a partir do *software Tracker*
Fonte: relatório dos estudantes

Nesse momento os grupos utilizam a tecnologia digital “como suporte para novas formas de fazer e representar matemática” (Sinclair, Robutti, 2020, p. 245, tradução nossa), pois já haviam considerado que o comportamento do projétil seria descrito por alguma função quadrática e a utilização do *software Tracker* foi fundamental para a observação do comportamento do projétil.

Como o problema consiste em determinar a distância (máxima) que uma catapulta pode ser colocada de um obstáculo para que o projétil arremessado consiga ultrapassar a barreira, os estudantes decidiram considerar duas variáveis envolvidas no problema: distância da catapulta até a barreira (x) e altura máxima do projétil lançado (y). Como já possuíam a distância da catapulta até a barreira por meio da coleta dos dados, utilizaram as informações do *software Tracker* para obter a altura máxima alcançada pelo projétil em cada um dos seis lançamentos. A Figura 6 apresenta as tabelas elaboradas pelos grupos para organizar essas variáveis.

Grupo 1			Grupo 2		
Lançamento	Distância da catapulta até a barreira	Altura máxima do projétil lançado			
1	0,25	0,324	1	0,25	0,326
2	0,30	0,344	2	0,30	0,475
3	0,35	0,297	3	0,35	0,427
4	0,40	0,448	4	0,40	0,473
5	0,45	0,348	5	0,45	0,504
6	0,50	0,335	6	0,50	0,493

Figura 6 – Dados obtidos pelos Grupos 1 e 2 utilizando o *software Tracker*
Fonte: relatório dos estudantes

A determinação da altura máxima do projétil em cada lançamento só foi possível por meio da utilização das ferramentas do *Tracker*, que possibilitou determinar esses valores que a olho nu não seria possível. Nesse sentido, pontuamos que a tecnologia digital possibilitou a experimentação e

investigação conforme defendido por Borba e Penteadó (2012), permitindo a obtenção dos dados para a resolução do problema.

Identificadas as variáveis, os grupos utilizaram o *software GeoGebra* para determinar a função que descreve o movimento parabólico do projétil. Por meio das ferramentas de ajuste de curvas do *software*, cada grupo inseriu os dados da tabela (Figura 6) obtendo a função quadrática, conforme a Figura 7.

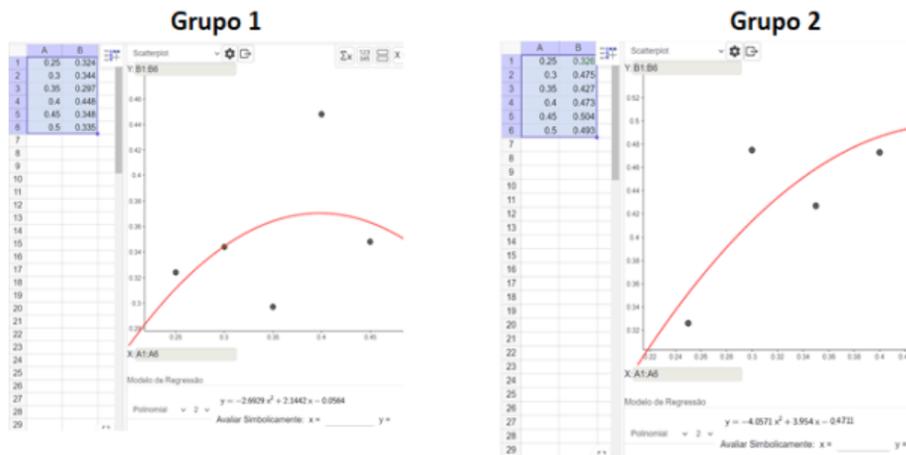


Figura 7 – Dados obtidos pelos Grupos 1 e 2 utilizando o *software GeoGebra*
Fonte: relatório dos estudantes

Por meio do *software* o Grupo 1 encontrou a função $y_1(x) = -2,6929x^2 + 2,1442x - 0,0564$ e o Grupo 2 a função $y_2(x) = -4,0571x^2 + 3,9537x - 0,4711$, em que y_1 e y_2 (variáveis dependentes) representam a altura máxima do projétil lançado e x (variável independente) a distância da catapulta até a barreira. A partir dessas funções é possível explicar matematicamente as trajetórias dos projéteis, como por exemplo, calcular a altura máxima atingida e o alcance do projétil na posição horizontal.

Como a barreira de isopor tem uma altura de trinta centímetros, então para ultrapassá-la, o projétil deve alcançar uma altura superior à altura do obstáculo, isto é, para determinar a distância máxima (x) que a catapulta pode ser posicionada em relação ao obstáculo de modo que o projétil consiga ultrapassar essa barreira, os Grupos 1 e 2 decidiram calcular as inequações $y_1(x) > 0,30$ e $y_2(x) > 0,30$, respectivamente, utilizando diferentes estratégias.

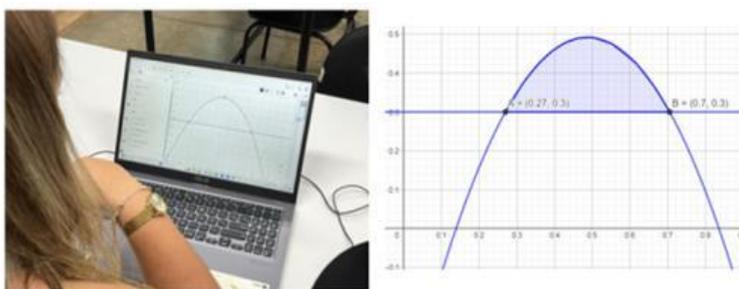
O Grupo 1 optou por utilizar métodos manuais e decidiu determinar a solução da inequação quadrática $-2,6929x^2 + 2,1442x - 0,0564 > 0,30$ utilizando conceitos matemáticos como a fórmula resolutiva da equação do segundo grau. O conjunto solução da inequação encontrado pelo Grupo 1 foi $S = \{x \in \mathbb{R}/0,2364 < x < 0,5598\}$, isto é, 0,2364 e 0,5598 metros são as distâncias

mínimas e máximas, respectivamente a que se deve posicionar a catapulta em relação à barreira, conforme mostra a Figura 8.

$$\begin{aligned}
 y &= -2.6929x^2 + 2.1442x - 0.0564 \\
 -2.6929x^2 + 2.1442x - 0.0564 &> 0,30 \\
 \Delta &= 2,1442^2 - 4 \cdot (-2,6929) \cdot (-0,3564) \\
 \Delta &= 0,7585 \\
 x &= \frac{-2,1442 \pm 0,8709}{2(-2,6929)} \begin{cases} \frac{-3,0151}{-5,3858} \approx 0,5598 \\ \frac{-1,2733}{-5,3858} \approx 0,2364 \end{cases} \\
 B &= \{(0,2364) < x \leq (0,5598)\} \\
 \text{A distância } &^{\text{p máx.}} \text{ que a catapulta deve estar a} \\
 &\text{de } 0,5598 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

Figura 8 – Resolução e solução do problema desenvolvida pelo Grupo 1
Fonte: relatório dos estudantes

Já o Grupo 2 utilizou como estratégia para determinar a solução do problema o *software GeoGebra*, isto é, toda a resolução da atividade do Grupo 2 foi feita por meio de tecnologias digitais. A partir do gráfico da função quadrática $y_2(x) = -4,0571x^2 + 3,9537x - 0,4711$ representada no *software*, os estudantes traçaram uma reta em $y_2(x) = 0,30$ e visualmente determinaram o intervalo $(0,27; 0,705)$ na qual $y_2(x) > 0,30$, como pode ser verificado na Figura 9. A solução encontrada pelo Grupo 2 foi de 0,705 metros a distância máxima que a catapulta deve estar da barreira.



$$y_2 = -4,0571x^2 + 3,9537x - 0,4711$$

Resposta ao Problema: Utilizando o software GeoGebra, e considerando $y > 30$ cm (altura da barreira), concluímos que a catapulta deve estar a uma distância entre 0,27m e 0,705m, simbolicamente, $0,27 < x < 0,705$. Sendo assim, a distância máxima será de 0,705m.

Figura 9 – Resolução desenvolvida pelo Grupo 2
Fonte: relatório dos estudantes

O desenvolvimento da atividade a *matemática da catapulta* foi permeado pela busca da solução para o problema e envolveu conceitos relativos à função quadrática. Desse modo, a *matemática da catapulta* evidenciada nessa atividade foi sobre o lançamento do projétil, onde se investigou que aspectos matemáticos permitem descrever esse lançamento bem como, investigar o lançamento do projétil em situações específicas. Tal matemática foi obtida e facilitada com o auxílio das tecnologias digitais que permitiram a observação do comportamento do projétil lançado e obtenção de informações (*software Tracker*) e determinação da função que descreve a situação (*software GeoGebra*).

A utilização do *software GeoGebra* como uma ferramenta tecnológica para o ajuste de curva, possibilitou a obtenção da função que representasse a altura máxima do projétil lançado a partir da distância da catapulta até a barreira, vale ressaltar que sem o auxílio dessa ferramenta, a obtenção dessa representação poderia não alcançar a mesma precisão obtida com auxílio do *software*. Conforme observado por Galbraith e Fisher (2021), essa abordagem tem se tornado cada vez mais usual devido à disponibilidade de *softwares* e calculadoras gráficas que oferecem opções para métodos de regressão em seus menus. Entretanto, os autores advertem que uma representação derivada por essa abordagem, pode acabar sendo apenas um produto técnico, com parâmetros que se ajustam ao conjunto de dados específicos, sem considerar os princípios subjacentes à situação real (Galbraith; Fisher, 2021).

Em especial a escolha do Grupo 2 de realizar toda a resolução usando as ferramentas do *software GeoGebra* revela que os estudantes já possuíam familiaridade com tecnologias digitais e reconheciam como estas proporcionam dinamicidade na compreensão e resolução do problema. Além disso, a visualização do gráfico da função possibilitou aos estudantes realizarem análises que foram importantes para a compreensão dos conceitos matemáticos, o que se alinha com a assertiva de Sancho (2006) de que a aprendizagem deve ocorrer de modo dinâmico e interativo. Portanto, considera-se que as ferramentas tecnológicas para esse grupo foram importantes para resolver o problema proposto, conforme a resposta final apresentada (Figura 9), em que enfatizam a utilização do *software GeoGebra* na resolução.

Considerações finais

Com objetivo de investigar como a *matemática da catapulta* é mediada pelo uso de tecnologia digital, apresentamos no presente artigo considerações sobre a problemática pautadas no desenvolvimento de um minicurso envolvendo o estudo do lançamento de projéteis com catapultas

em que a *matemática da catapulta* consistiu em uma função quadrática que descreveu o movimento do projétil. Para obtenção desse modelo foram utilizados dois *softwares*: o *Tracker* e o *GeoGebra*.

A utilização do *software Tracker* possibilitou a videoanálise por meio da observação dos movimentos do fenômeno, que sem o auxílio da tecnologia não poderia ser observado, devido às suas características de ocorrer com uma determinada velocidade em poucos instantes. Assim, com auxílio do *software*, os estudantes observaram o movimento e determinaram seu comportamento como sendo parabólico. Destaca-se também que, por meio das ferramentas do *Tracker*, foi possível obter dados dos movimentos, como a altura máxima em cada lançamento.

Nesse sentido, a videoanálise proporcionada pelo *Tracker* desempenhou um importante papel de mediador ao facilitar as discussões e decisões durante o desenvolvimento da atividade. Embora ambos os grupos tenham desenvolvido por meio dos mesmos conceitos matemáticos (função quadrática), a atitude de se deixar pensar pela influência do *software*, integra-se a um sistema que estimula a geração de ideias, pensamentos e a possibilidades. Desse modo, o uso da tecnologia digital teve implicações significativas, já que em determinadas circunstâncias do desenvolvimento da atividade, seu emprego foi essencial para progredir no desenvolvimento matemático conforme apontado por Galbraith e Fisher (2021).

O *software GeoGebra* no desenvolvimento da atividade, pode ser entendido como uma ferramenta colaborativa. Desse modo, inferimos que o *software* integrou um grupo colaborativo e desempenhou um papel relevante no desenvolvimento das resoluções de ambos os grupos, mais especificamente para o Grupo 2, que utilizou o *software* tanto na obtenção da função quanto na solução do problema proposto. A esse respeito, encontramos legitimidade para nossas inferências, como indicado por Clark-Wilson *et al.* (2020), que tratam de recursos digitais como ferramentas com potencial colaborativo.

De modo geral, a matemática envolvida no estudo proporcionada pela catapulta foi facilitada pelo uso de tecnologias digitais como ferramentas de apoio. Essas tecnologias foram empregadas desde a coleta de dados e observação do fenômeno até a obtenção de uma representação matemática essencial para resolver o problema em questão.

Referências

ALMEIDA, A. P. et al. Construindo, aprendendo e brincando com a catapulta. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 2, n. 1, 2014.

ALMEIDA, F. F. M. de. **Lançamento oblíquo: uma abordagem matemática**. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, p.65, 2016.

ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática**: uma análise semiótica. 2020. (177 f.). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

ARTIGUE, M. Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**. v. 7, p. 245–274, out. 2002.

BLANC, C. **Guia Arsenal de Guerra**: da pré-história à invenção das armas de fogo. Ed. 4. São Paulo: on-line, 2016. Disponível em: <https://encurtador.com.br/pCJR2>. Acesso em: 04/05/2024.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Ensino por investigação mediado por tecnologias digitais em aulas de Matemática. **VIDYA (SANTA MARIA. ONLINE)**, v. 40, p. 297-313, 2020.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. . Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (En Línea)**, v. 10, p. 36-45, 2015.

BORBA, M. C.; ASKAR, P.; ENGELBRECHT, J.. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics Education. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, v. 48 n. 5, p. 589-610, Aug 2016.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

CLARK-WILSON, A.; ROBUTTI, O.; THOMAS, M. Teaching with digital technology. **ZDM Mathematics Education**, v. 52, n. 7, p. 1223–1242, out. 2020.

GALBRAITH, P.; FISHER, D. M. Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. **Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática**, 30(1), p. 198-218, 2021.

GHISLENI, L. P.; BATTISTI, I. K. A catapulta no ensino e na aprendizagem do conceito de função quadrática usando recursos tecnológicos: possíveis relações entre a física e a matemática. In: **VII Congresso Internacional de ensino de matemática**. 2017.

LACERDA, A. G. O diálogo e o GeoGebra na Educação Básica: implicações para os jovens futuros professores e sua formação. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v.7, n.2, p. 29-44, 2018.

- MAGARINUS, R. **Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem**. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2013.
- MEDEIROS, D. G. de. **O uso bélico da ciência: o exemplo das catapultas como aplicação das teorias da elasticidade e do lançamento oblíquo**. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Física) – Universidade Federal Fluminense, Niterói-RJ, p.40, 2014.
- MOURA, E. M. et al. Educação Maker no currículo de matemática: catapultas e o estudo de funções. **Tecnologias, sociedade e conhecimento**, v. 7, n. 2, p. 65-84, 2020.
- NINOW, V.; KAIBER, C. T. O projeto “Lançamento de Projéteis”: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem da matemática no ensino médio. **Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, p. 300-317, 2016.
- ONÇA, F. **Catapulta**: a história da invenção que mudou a história das guerras. Superinteressante. Atualizado em 30/10/2019, publicado em 31/10/2007. Disponível em: <https://super.abril.com.br/historia/a-mae-de-todas-as-guerras>. Acesso em: 16/05/2024.
- PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ROSCHELLE, J. M.; PEA, R. D.; HOADLEY, C. M.; GORDIN, D. N.; MEANS, B. M. Changing how and what children learn in school with computer-based technologies. **Future of Children**, v. 10, n. 2, p. 76–101, nov. 2000.
- SANCHO, J. M. De tecnologias da informação e comunicação a recursos educacionais. In: SANCHO, J. M.; HERNÁNDEZ, F. **Tecnologias para transformar a educação**. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- SANTOS, C.; BATTISTI, I. K. Motivos dos estudantes para aprender equação polinomial do segundo grau a partir do desenvolvimento de um projeto de pesquisa. **Teoria e Prática da Educação**, v. 24, n. 2, p. 23-43, 2021.
- SINCLAIR, N.; ROBUTTI, O. Teaching practices in digital environments. In S. Lerman (Ed.), **Encyclopedia of mathematics education**, 2^oed. Dordrecht: Springer, 2020.
- SOUZA, M. B.; FONTES, B. C.; BORBA, M. C. A coparticipação da tecnologia digital na produção de conhecimento matemático. **Sisyphus - Journal Of Education**, v. 7, p. 62-82, 2019.