



PROBLEMA PROPOSTO E PROBLEMA RESOLVIDO: UM ESTUDO A PARTIR DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DE ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA PROVA-ESCRITA-EM-FASES

Jessica Aparecida Borssoi Zanquim
Universidade Estadual de Londrina
jessica.borssoizanquim@gmail.com

Gabriel dos Santos e Silva
Universidade Federal do Paraná
gabriel.santos22@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa feita no Ensino Fundamental por meio da aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases, em uma perspectiva de avaliação como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem, explorando nesse trabalho uma das 5 questões presentes nesta prova, denominada como “Encanadores”. O objetivo é analisar as produções escritas e compreender a relação entre o problema proposto e os problemas resolvidos pelos estudantes. Neste instrumento, 36 estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental tiveram a oportunidade de resolver 5 questões de matemática em 5 fases, contando com intervenções da professora regente, que também é autora deste artigo. A exploração e investigação dessa questão se deu a partir dos estudos de Dalto (2007) em que é trabalhado com a problemática “Problema proposto e problema resolvido”, em que são analisadas as resoluções dos estudantes a partir da questão proposta e de como eles interpretam e lidam com esse tipo de questão, onde o professor, ao fazer a análise das resoluções dos estudantes pode reescrever o enunciado proposto a fim de que a resolução do estudante se torne correta, com o intuito de fugir da dicotomia certo/errado que comumente são utilizadas em questões de matemática.

Palavras-chave: Problema Proposto. Problema Resolvido. Educação Matemática.

Introdução

O objetivo deste trabalho é analisar a produção escrita de estudantes do Ensino Fundamental em uma prova-escrita-em-fases, que, de acordo com Ferreira (2009), podem

indicar ações que possibilitam inferir formas de que os estudantes procederem na execução das estratégias adotadas/elaboradas; reconhecer possíveis dificuldades enfrentadas; identificar como utilizam conteúdos matemáticos; inferir sobre as interpretações feitas; ter indícios do que os estudantes mostram saber; perceber relações que os estudantes estabelecem com as informações do enunciado; enfim, conhecer de que forma lidam com questões de matemática, sejam elas rotineiras ou não (FERREIRA, 2009, p. 24).

Além disso ao professor, a análise da produção escrita torna possível que obtenha informações a respeito do que os estudantes sabem do conteúdo envolvido na tarefa (SANTOS, 2008); que conheça as dificuldades (NEGRÃO DE LIMA, 2006) e os “erros” dos estudantes (VIOLA DOS SANTOS, 2007); que simule formas de pensar (FERREIRA, 2013); que produza e emita feedback (FERREIRA, 2013); entre outras ações referentes ao que os estudantes mostram saber. Desse modo,

por meio da análise da produção escrita de alunos, os professores podem sair de uma cultura do certo/errado, intimamente ligada à exclusão e à competição, para uma cultura da multiplicidade das maneiras de lidar com os conhecimentos, que está ligada à solidariedade e à cooperação, pois, por meio dessa prática, eles podem buscar conhecer os alunos em sua complexidade e heterogeneidade, respeitando suas vivências e idiossincrasias, na perspectiva de ampliar os modos de produzir significados em detrimento de legitimar e substituir um determinado modo em relação ao outro (VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008, p. 37).

Neste trabalho, utilizamos uma das questões trabalhadas em uma Prova-Escrita-em-Fases que foi realizada no Ensino Fundamental - Anos Finais, em duas turmas de 6º ano e uma turma de 7º ano para analisar as produções escritas e compreender a relação entre o problema proposto e os problemas resolvidos pelos estudantes. Este artigo faz parte das ações desenvolvidas no projeto “O uso da Prova-Escrita-em-Fases como recurso à aprendizagem matemática na Educação Básica”. A intenção principal do projeto foi o de investigar aspectos relativos ao instrumento de avaliação (e de ensino) denominado Prova-Escrita-em-Fase.

A Avaliação na Educação Matemática

Tradicionalmente, a avaliação proposta na Educação Básica possui o intuito de atribuir uma nota aos estudantes ao final de determinado período, a fim de julgar se estes foram ou não são “capazes de concluir satisfatoriamente o conteúdo que foi trabalhado durante este tempo”.

Neste sentido, Buriasco (2000) afirma que

Na maioria de nossas escolas, públicas ou não, a avaliação é eminentemente somativa, preocupada com os resultados finais que levam a situações irreversíveis no que diz respeito ao desempenho dos alunos, sem que sejam levadas em conta as muitas implicações, inclusive sociais, de um processo decisório fatal do ponto de vista educacional (Buriasco, 2000, p. 160).

É comum que a avaliação nesse sentido seja vista como um instrumento de classificação, onde os alunos que conseguem obter uma nota mais alta se mantenham no “topo” e sejam descritos como sendo os melhores, mesmo que eles apenas estejam reproduzindo algo que fora apresentado

pelo professor em sala de aula, sem que de fato eles saibam o que estão fazendo.. Nesse sentido, Buriasco (2000) afirma que

A avaliação se desvia de sua função diagnóstica e volta-se quase que exclusivamente, para a função classificatória, que é incentivada no modo de vida de uma sociedade que valoriza a competição. Com isso, define, muitas vezes, a trajetória escolar do aluno, não só em termos de sua manutenção ou eliminação da escola, como também no tipo de profissão que terá no futuro. Assim, ao decidir sobre quem fica ou quem sai da escola, a avaliação demonstra fortemente sua função seletiva. (Buriasco, 2000, p. 158)

Visando promover a aprendizagem dos estudantes de modo que a avaliação não seja vista apenas como uma “atribuidora de notas”, autores da Educação Matemática desenvolveram e ainda desenvolvem, trabalhos que ajudam professores de matemática que trabalham em diferentes níveis de escolaridade a implementarem uma avaliação que não seja somativa.

Segundo Santos, Buriasco e Ciani (2008, p. 36), “a avaliação em matemática constitui uma prática educativa de extrema complexidade no contexto educacional e tem um papel tanto na regulação dos processos de aprendizagem, quanto na busca de melhoria dos sistemas de ensino”.

Silva (2018) afirma que,

ainda hoje, a avaliação tem sido discutida na tentativa de repensar o papel somente de seleção, classificação, predição, atribuição de notas, que tem sido feito em muitas escolas e que, segundo De Lange (1995), não condiz com abordagens de ensino [...] que pensam em um ensino que visa formar cidadãos capazes de lidar matematicamente com situações reais (Silva, 2018, p. 28).

Para lidar com esse tipo de situação, foram desenvolvidas alguns tipos de avaliação, a fim de que se possa ajudar os alunos em sua aprendizagem. Esses tipos de avaliação escolar, como relata Pedrochi Junior (2018) dizem respeito principalmente às funções, que, por sua vez, estão diretamente relacionadas aos propósitos, às finalidades e aos objetivos do avaliador. Sendo assim, ele distingue algumas dessas avaliações da seguinte maneira:

Uma avaliação que inventaria os conhecimentos dos alunos para verificar ou pôr à prova esses conhecimentos com o intuito de certificá-los é chamada avaliação somativa e traz consigo funções anexas, como classificar, situar e informar. A avaliação é dita formativa se faz um diagnóstico para compreender as dificuldades dos alunos, com o intuito de regular a sua aprendizagem e se tem entre suas funções anexas apoiar, orientar, corrigir. Uma avaliação que realiza um prognóstico para predizer algo sobre a aprendizagem do aluno, com a intenção de orientá-lo, é chamada de avaliação diagnóstica, ou prognóstica, ou preditiva, e, entre suas funções anexas, podemos destacar: identificar, compreender. (Pedrochi Junior, 2018, p.17-18).

De acordo com esse posicionamento, iremos distinguir dois tipos de avaliação. A primeira delas é a avaliação de rendimento e a segunda, a avaliação de aprendizagem. Para Buriasco (2000), a avaliação de rendimento refere-se ao produto final e geralmente é feita após um período de tempo (mensalmente, bimestralmente, semestralmente etc) onde estas não proporcionam grandes possibilidades de mudança. Esse tipo de avaliação também pode ser chamada de avaliação somativa.

Já a avaliação da aprendizagem é aquela que refere-se ao processo, é feita de maneira contínua, gradativamente, ao longo de todo o período da disciplina e possibilita a retomada da aprendizagem. Essa avaliação é também conhecida como avaliação formativa (Buriasco, 2000) ou avaliação didática (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Para o presente trabalho, a avaliação que utilizamos é a avaliação da aprendizagem.

Segundo Hadji (1994; 2001), a avaliação formativa é o modelo ideal de avaliação, pois coloca-se a serviço da formação do aluno, de contribuir para a aprendizagem, fazendo parte da ação pedagógica.

De Lange (1999) apresenta para a avaliação nessa perspectiva; estes são:

1. O primeiro, e principal, propósito da avaliação é auxiliar o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem.
2. Métodos de avaliação devem possibilitar aos estudantes mostrarem o que sabem, não o que não sabem.
3. A avaliação deve operacionalizar todos os objetivos da Educação Matemática.
4. A qualidade da avaliação em matemática não é dada primariamente pela acessibilidade à pontuação.
5. Matemática está imbuída em problemas úteis (atraentes, educativos, autênticos) que são parte do mundo real dos estudantes.
6. Critérios de avaliação devem ser públicos e consistentemente aplicados.
7. O processo de avaliação, incluindo pontuação, deve ser aberto aos estudantes.
8. Estudantes devem ter a oportunidade de receber feedback genuíno de seus trabalhos.
9. Um planejamento de avaliação balanceado deve incluir múltiplas e variadas oportunidades (formatos) para os estudantes mostrarem e documentarem suas realizações (De Lange, 1999, p. 4).

Com isso, avaliar não depende de uma nota, mas sim, de meios que acarretem a aprendizagem dos estudantes, viabilizando múltiplas formas de pensarem matematicamente.

De acordo com Nagy-Silva (2005),

A utilização de diversos instrumentos para avaliar, tais como testes, observações, seminários, trabalhos produzidos, atitudes do aluno no cotidiano escolar, diminui os riscos de uma interpretação equivocada assim como realizar uma avaliação que leve em consideração o processo, uma avaliação da aprendizagem. (Nagy-Silva, 2005, p. 28).

Logo, a utilização de diversos instrumentos de avaliação é uma ação que pode auxiliar no desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. De Lange (1995) afirma que a avaliação deve operacionalizar não somente alguns objetivos da Educação Matemática, como também aqueles relacionados à reprodução, memorização, mas sobretudo objetivos relacionados à matematização, reflexão, discussão, comunicação, criatividade, generalização. Portanto, o autor assume que há a necessidade de que o professor utilize diversos instrumentos de avaliação ao longo do seu trabalho (De Lange, 1995).

Prova-Escrita-em-Fases

Uma das maneiras de se trabalhar com a avaliação da aprendizagem é trabalhar com a produção escrita dos alunos.

Lopez, Buriasco e Ferreira (2014) afirmam que

a produção escrita dos alunos pode fornecer valiosas informações a respeito do modo como lidaram com a tarefa de avaliação, mas nem sempre essas informações estão imediatamente visíveis para o professor. Não basta “passar os olhos” nas produções, é necessário analisá-las com alguma cautela, investigar como seu processo de elaboração foi constituído e, quando possível, por que ocorreu dessa maneira. É preciso tomar a avaliação como prática de investigação, “colocar-se no lugar” do aluno para tentar compreender, por meio dos registros escritos, os caminhos por ele percorridos, as dificuldades que se mostraram presentes, se e como foram superadas, como o aluno interpretou a situação, relacionou as informações obtidas a partir dela, com seu repertório de conhecimento, aplicou ou elaborou suas estratégias de resolução, concluiu e comunicou a resposta. Assumir a avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação implica em entrar em contato íntimo com os processos de produção de conhecimento dos estudantes, questionar-se sobre os seus modos de pensar, e, fazendo isso, o professor tem mais uma oportunidade de acompanhar e participar do processo de aprendizagem tanto do estudante quanto do seu próprio. (Lopez; Buriasco; Ferreira, 2014, p. 263)

Nesse sentido, para o presente trabalho, utilizamos a Prova-Escrita-em-Fases, que é uma das maneiras de se trabalhar com a produção escrita dos estudantes.

A Prova em Duas Fases originou-se nos Países Baixos, em que sua proposta inicial era que os estudantes a resolvessem em dois momentos. No primeiro momento, a prova é resolvida em sala de aula, sem quaisquer indicações do professor e sem qualquer forma de consulta. Num segundo momento, o estudante dispõe de mais tempo e dos comentários que o professor formula ao avaliar as resoluções iniciais dos estudantes.

Como uma ampliação da ideia de Prova em Duas Fases, membros do GEPEMA propõem a Prova-Escrita-em-Fases¹, definida por Silva (2018) como

¹ Originalmente, autores do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação tratavam do instrumento com o nome de Prova em Fases. Após alguns trabalhos, passou-se a adotar a expressão Prova-Escrita-em-Fases com

[...] um instrumento de avaliação cuja dinâmica, como o nome já informa, é composta de várias fases. Na primeira fase os estudantes resolvem as questões (quais e quantas julgarem que devam fazer); nas fases seguintes eles retomam a prova com a oportunidade de resolver questões não resolvidas ou, refazer, alterar, refinar, questões já resolvidas (Silva, 2018, p. 55).

Pires e Buriasco ainda afirmam que

a utilização de um instrumento de avaliação da aprendizagem, na qual estejam envolvidas as ações de intervenção e regulação pode contribuir com uma ação de formação continuada, uma vez que pode fornecer informações úteis relativas ao trabalho desenvolvido pelo próprio aprendiz visto que, quando em formação, é necessário tomar consciência do desenvolvimento do seu próprio processo de aprendizagem. Essa tomada de consciência é um dos fatores de real interferência na formação do indivíduo (Barlow, 2006), na medida em que se inscreve em um projeto educativo específico, o de favorecer o desenvolvimento daquele que aprende (Pires; Buriasco, 2017, p. 477).

Em suma, a Prova-Escrita-em-Fases é um instrumento de avaliação escrito que se dá em duas ou mais fases e pode ser definido como:

um instrumento de avaliação da produção escrita do aluno, de caráter individual, realizada na sala de aula em momentos estabelecidos pelo professor, não havendo consulta de materiais nesses momentos. Na primeira fase, o estudante conhece o instrumento construído pelo professor, caderno de questões. Concomitantemente a esse ato de conhecer, o estudante resolve questões que compõem a prova [...] (Mendes, 2014, p. 46).

Logo, as dinâmicas da Prova-Escrita-em-Fases são diversas. A quantidade de fases pode ser definida a priori ou não. As questões podem conter conteúdos de todo o período letivo ou apenas de parte dele.

Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa foi realizada no Ensino Fundamental - Anos Finais, no ano de 2022 com o intuito de trabalhar com a Prova-Escrita-em-Fases a fim de ajudar os alunos das turmas da primeira autora deste artigo, juntamente com o segundo autor que fora seu professor de graduação no ano de 2019. A pesquisa é qualitativa, de cunho interpretativo, e foi desenvolvida no âmbito do Colégio Santa Marta, localizada no município de Ibiporã (PR), em três turmas, sendo duas turmas de sextos anos e uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental - Anos Finais.

Primeiramente, solicitamos a autorização da direção, que nos enviou uma carta escrita com o consentimento da instituição. Após a liberação do colégio, elaboramos um Termo de

hífens para determinar que o instrumento é um só, não se constituindo como uma prova escrita comum que se dá em fases, mas como um único instrumento.

Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que fora enviado para os pais de forma impressa, para que estes estivessem cientes do trabalho e dos intuitos e objetivos dos mesmos.

Dos 38 alunos pertencentes às turmas, 37 participaram da pesquisa, uma vez que seus responsáveis assinaram o TCLE, sendo 23 alunos do sexto ano e 14 do sétimo ano. Durante a coleta de informações, um dos alunos saiu do colégio, sendo, então, excluído da pesquisa.

Para manter o sigilo da identidade dos alunos, utilizou-se o seguinte código: SM22EXY, em que “SM” refere-se às iniciais do nome do colégio, “22” ao ano que foi realizada a coleta de informações, “E” refere-se a estudante e “XY” aos algarismos do número do aluno referido.

A prova aplicada continha 5 questões de matemática, escolhidas a priori. Na primeira fase, os alunos deveriam resolvê-las sem nenhum tipo de consulta, para que, posteriormente, pudéssemos analisar as estratégias utilizadas por cada aluno e, fazer intervenções necessárias.

Nas fases 2 a 5, fizemos a separação de cada questão e intervimos de maneira particular para cada aluno. As resoluções dessas fases foram feitas em casa.

No presente artigo, iremos trabalhar com a segunda questão aplicada na Prova-Escrita-em-Fases, denominada “Encanadores”, cuja questão foi retirada da dissertação de Dalto (2007).

A questão utilizada foi a seguinte:

Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de $R\$60,00$ mais $R\$18,00$ por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de $R\$24,00$ mais $R\$36,00$ por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?

Quadro 1 - Questão “Encanadores”

Fonte: Dalto (2007, p. 32)

Em sua dissertação de mestrado, Dalto retirou a questão do AVA, onde este, começou a fazer o uso de questões abertas no ano de 2002.

Buriasco, Cyrino e Soares (2003) afirmam que o AVA ao utilizar questões abertas,

procurou-se utilizar questões que fizessem com que os estudantes, em um tempo limitado para resolução, demonstrassem uma produção escrita que fosse possível de ser avaliada. Foram escolhidas, portanto, questões de diferentes níveis de complexidade, que exigiam, para sua resolução, desde o reconhecimento e utilização de um procedimento simples como a execução de um algoritmo, por exemplo, até o estabelecimento de conexões entre diferentes conteúdos matemáticos. (Buriasco; Cyrino; Soares, 2003).

Neste sentido, Dalto (2007) utilizou a questão dos encanadores na 8ª série do Ensino Fundamental - Anos Finais, que corresponde ao 9º ano atualmente e, na 3ª série do Ensino Médio, utilizando a produção escrita dos alunos nesta questão como sendo o objeto de sua pesquisa.

Utilizando os estudos de Dalto (2007), analisamos as respostas da questão 2 dos alunos do 6º e 7º ano na primeira fase da Prova-Escrita-em-Fases a fim de buscar semelhanças e possíveis diferenças em que o autor relatou em seu trabalho, buscando entender como os alunos lidaram com essa questão e quais estratégias eles utilizaram para resolvê-la.

Para fazer os agrupamentos das resoluções dos alunos observamos o quadro que Dalto (2007) desenvolveu. Então, adaptamos a coluna “Critério de Agrupamento” subdividindo-a em duas, uma produzida por Dalto (2007) com as produções escritas analisadas pelo autor em sua dissertação e outra produzida pelos autores deste artigo com novos critérios encontrados nas produções escritas deste projeto. Apresenta-se, na terceira coluna do Quadro 2, o agrupamento dos alunos deste projeto a partir dos critérios de Dalto (2007) e dos autores.

Critério de Agrupamento		Código dos alunos que utilizaram a estratégia
Dalto (2007)	Os autores	
Calcula o valor do serviço dos encanadores considerando apenas o valor cobrado por hora	-	SM22E10; SM22E21; SM22E28
Subtrai o preço cobrado por hora pelo encanador B do preço cobrado por hora pelo encanador A	-	-
Apenas retira as informações do problema	-	SM22E36
Não apresenta cálculo algum e responde incorretamente	-	SM22E04; SM22E05; SM22E06; SM22E13; SM22E33
Calcula corretamente o valor da primeira hora de trabalho para ambos os encanadores, enfatizando a diferença de R\$ 18,00 entre eles	-	SM22E16; SM22E18
Calcula o valor da primeira hora ou de alguma hora específica de	-	SM22E01; SM22E02; SM22E08; SM22E14;

trabalho e responde incorretamente		SM22E27; SM22E29; SM22E31; SM22E38
Calcula aritmeticamente o valor das primeiras horas de trabalho, consecutivas ou não	-	-
Apresenta outros cálculos que não resolvem o problema	-	SM22E07; SM22E11; SM22E15; SM22E19; SM22E26; SM22E07; SM22E34;
Apresenta as leis das funções que descrevem os custos do serviço dos dois encanadores	-	-
-	Calcula uma hora a menos de trabalho do encanador A em relação ao encanador B para que o encanador A se torne mais barato.	SM22E12; SM22E23; SM22E32
-	Calcula a primeira hora de trabalho para ambos encanadores e dobra o valor encontrado a cada hora de trabalho seguinte.	SM22E25
Não resolve a questão		SM22E09; SM22E17; SM22E22; SM22E24
Resolve a questão corretamente		SM22E30; SM22E35; SM22E37

Quadro 2 - Agrupamento das resoluções dos alunos

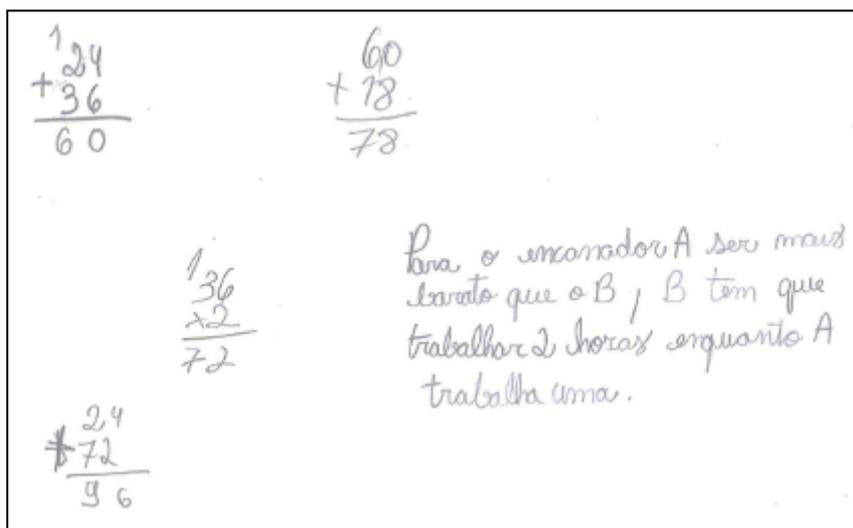
Fonte: os autores

Então, Dalto (2007) considerou que o enunciado original da tarefa seria denominado “Problema Proposto” e, para cada critério de agrupamento, elaborou um Problema Resolvido. Para o autor, “**Problema Proposto** [é] aquele que constava originalmente na Prova e que se esperava que fosse resolvido pelo estudante e **Problema Resolvido** aquele que se inferiu, mediante a produção escrita, que cada estudante resolveu como resultado da interpretação que fez do Problema Proposto” (Dalto, 2007, p. 41).

Como foram identificados dois novos critérios de agrupamento, neste artigo, apresentamos os problemas resolvidos resultado dessas interpretações dos estudantes.

Problemas resolvidos

O primeiro critério de agrupamento encontrado, para além dos apresentados por Dalto (2007) foi dos estudantes que calcularam uma hora a menos de trabalho do encanador A em relação ao encanador B para que o encanador A se tornasse mais barato. Na Figura 1, apresentamos a produção escrita de SM22E12 pertencente a esse critério de agrupamento.



The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are three calculations: $24 + 36 = 60$, $36 \times 2 = 72$, and $24 + 72 = 96$. On the right, there is a calculation $60 + 18 = 78$ and a handwritten conclusion in Portuguese: "Para o encanador A ser mais barato que o B, B tem que trabalhar 2 horas enquanto A trabalha uma."

Figura 1: Produção escrita de SM22E12

Fonte: os autores

Pela produção escrita da Figura 1, observamos que o estudante efetuou a adição “ $24 + 36$ ”, seguida da multiplicação “ 36×2 ” e da adição “ $24 + 72$ ”, indicando que calculou o preço de uma hora (resultado de “ $24 + 36$ ”) e de duas horas (resultado de “ $24 + 36 \times 2$ ”) do encanador B. Também efetuou a adição “ $60 + 18$ ”, indicando que calculou o preço de uma hora de trabalho do encanador A. Inferimos que o estudante constatou que duas horas de trabalho de B era mais cara que uma hora de trabalho de A e, por isso, não calculou o preço da segunda hora de trabalho de A. Então, SM22E12 afirmou que “Para o encanador A ser mais barato que o B, B tem que trabalhar 2 horas enquanto A trabalha uma”.

Afirmamos que o estudante mostra compreender a ideia de variação de grandezas presente no problema, mas comparando os preços não para um tempo fixo t , mas para tempos distintos de trabalho dos encanadores. Desse modo, um problema resolvido que representa as resoluções dos estudantes que compõem esse critério de agrupamento é:

“Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. O encanador A sempre demora 1 hora a menos que o encanador B para realizar os serviços. Para realizar o mesmo serviço, a partir de quantas horas o encanador A fica mais barato que o B?”.

Com o enunciado do problema resolvido apresentado, as ideias de variação do preço por hora de trabalho e o valor fixo se preservam em relação ao problema proposto. Entretanto, demarca-se como hipótese que o encanador A deve trabalhar 1 hora a menos que o encanador B. Poder-se-ia elaborar outro problema proposto que hipotetiza que A trabalha menos que B, mas sem especificar exatamente 1 hora. Isso indica que, apesar de existir um problema proposto para as resoluções, eles não necessariamente precisam ser únicos.

O segundo critério de agrupamento, que apresenta apenas uma produção escrita, é o do estudante que calculou a primeira hora de trabalho para ambos encanadores e dobrou o valor encontrado a cada hora de trabalho seguinte. Apresentamos, na Figura 2, a produção escrita de SM22E25.

A 78,00 1h
 B 60,00 1h
 A 156,00 2h
 B 120,00 2h
 A 234,00 3h
 B 180,00 3h
 eu acho que não existe

Figura 2: Produção escrita de SM22E25

Fonte: os autores

Observamos que SM22E25 calculou o valor da primeira hora de trabalho de A e B, possivelmente mentalmente, encontrando 78,00 e 60,00, respectivamente. Inferimos que os

resultados foram obtidos a partir das adições “ $60 + 18$ ” e “ $24 + 36$ ”, que representam, nessa ordem, os valores fixos e por hora de trabalho dos encanadores A e B. Em seguida, apresentam como valores para duas horas de trabalho de A e B os valores 156,00 e 120,00, respectivamente. Como 156 é o dobro de 78 e 120 é o dobro de 60, entendemos que SM22E25 dobrou os valores da primeira hora para obter os valores da segunda hora dos dois encanadores. O mesmo foi feito para a terceira hora, dobrando os valores obtidos na segunda hora, obtendo, então, 312,00 e 240,00 para os encanadores A e B, nessa ordem. Por fim, o estudante conclui que “eu acho que não existe”. Inferimos que tal conclusão se deu, pois percebeu que dobrando os valores, o preço do encanador A sempre seria maior que o preço do encanador B.

Então, apresentamos um problema resolvido por SM22E25, dado por:

“Um encanador A cobra, na primeira hora de trabalho, um valor de R\$60,00 mais R\$18,00. Um outro encanador B cobra, na primeira hora de trabalho, um valor de R\$24,00 mais R\$36,00. A cada hora adicional, os encanadores A e B cobram o dobro do valor cobrado na hora anterior. Sendo t o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?”

Nesse enunciado, optamos por manter “R\$60,00 mais R\$18,00” e “R\$24,00 mais R\$36,00”, para preservar parte do enunciado do problema proposto, tendo em vista que inferimos que os valores da primeira hora, “78,00” e “60,00” foram calculados pelo estudante, mesmo que mentalmente, e não obtidos diretamente do enunciado do problema proposto. Ainda, o uso da frase “a cada hora adicional, os encanadores A e B cobram o dobro do valor cobrado na hora anterior” refere-se ao cálculo do dobro efetuado por SM22E25.

Considerações finais

O objetivo deste artigo é analisar as produções escritas e compreender a relação entre o problema proposto e os problemas resolvidos pelos estudantes. Para tanto, analisamos as produções escritas de 36 alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, agrupando tais produções a partir das estratégias adotadas pelos estudantes e, em seguida, evidenciando o problema resolvido por eles.

Uma proposta de encaminhamento para ser utilizado nas aulas de matemática é usar a ideia do problema proposto e do problema resolvido. Um dos objetivos presentes neste tipo de investigação é “mostrar algo do que se pode inferir acerca do conhecimento matemático de um estudante ao se analisar sua produção escrita referente à resolução de um problema durante o processo de avaliação” (Dalto, 2007, p. 80).

Na identificação dos problemas resolvidos, foi possível observar que os estudantes, no geral, seguiram as estratégias apresentadas por Dalto (2007) em seu trabalho, sendo que dois estudantes, SM22E12 e SM22E25 possibilitaram a criação de dois novos enunciados. Isso significa que os problemas resolvidos apresentados pelo autor não se esgotam, mas que novos enunciados podem ser descritos a partir das diferentes maneiras de lidar dos estudantes. Isso reforça que os diferentes erros indicam diferentes compreensões do enunciado do problema proposto.

O problema resolvido “pode ser explicitado pelo aluno, com o auxílio do professor, para que sejam discutidas as semelhanças e as diferenças entre ele e o problema proposto, abrindo portas a atividades de investigação” (Dalto, 2007, p. 83).

Isso indica que, apesar de existir um problema proposto para as resoluções, eles não necessariamente precisam ser únicos.

Outras investigações futuras podem buscar novas estratégias adotadas pelos estudantes, possibilitando a criação de novos problemas resolvidos. Além disso, pode-se pensar em ações didáticas para intervir em uma das maneiras de lidar dos estudantes.

Referências

BURIASCO, R. L. C. de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p. 155–178, 2000. DOI: 10.18222/ea02220002221. Disponível em: <https://publicacoes.fcc.org.br/ea02220002221>. Acesso em: 6 maio. 2024.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina de Costa. Trindade.; SOARES, Maria Tereza Carneiro. Manual para correção das provas com questões abertas de matemática AVA – 2002. Curitiba, SEED/CAADI, 2003.

DALTO, Jader Otavio. **A produção escrita em matemática**: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

DE LANGE, Jan. Assessment: No change without problems. In: T. A. Romberg (Ed.), **Reform in School Mathematics and Authentic Assessment**. New York: SUNY Press, 87-172, 1995.

_____. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Madison: WCER, 1999.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. 121f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

HADJI, Charles. **A Avaliação, Regras do Jogo**. Portugal: Porto Editora, 1994. 190 p.

LOPEZ, Juliana Maíra Soares; BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. Educação Matemática Realística: considerações para a avaliação da aprendizagem. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 7, p. 248-265, 2014

MENDES, Marcele Tavares. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina, 2005.

NEGRÃO DE LIMA, Roseli Cristina. **Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PEDROCHI JUNIOR, Osmar. **A Avaliação Formativa como Oportunidade de Aprendizagem: fio condutor da prática pedagógica escolar**. 2018. 67 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

PIRES, Magna Natalia Marin; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Professores dos anos iniciais, a prova em fases e a possibilidade de aprender. **Zetetiké**, v. 25, p. 474-495, 2017

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, Gabriel dos Santos e. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CIANI, Andréia Büttner. A Avaliação como Prática de Investigação e Análise da Produção Escrita em Matemática. **Revista de Educação**, v. 25, p. 35-45, 2008